

Student:

Grupa:

**Lucrare de control la “Fundamentele algebrice ale Informaticii”, An I
Nr. 5**

I) a) Algoritmul pentru determinarea matricei de trecere de la o baza la alta intr-un spatiu vectorial finit generat.

b) Sa se determine valorile parametrului $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel incat sistemul
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x - 2y + 2z = 5 \\ 2x + 3y + \lambda z = 2 \end{cases}$$
 sa fie

compatibil unic determinat.

c) Pentru $\lambda = -2$ sa se rezolve sistemul

II) a) Precizati conditiile de compatibilitate ale unui sistem omogen de m ecuatii cu n necunoscute.

b) Fie operatorul liniar $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definit in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$ prin:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 + 2x_3, -x_1 + x_2 - 2x_3, 2x_1 - 2x_2).$$
 Se cere:

- matricea A a operatorului f in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$;
- nucleul ($\text{Ker } f$) si imaginea ($\text{Im } f$) operatorului liniar f si cate o baza pentru fiecare;
- sa se enunte si sa se verifice teorema dimensiunii pentru operatorul liniar f .

Student:

Grupa:

**Lucrare de control la “Fundamentele algebrice ale Informaticii”, An I
Nr. 6**

I) a) Sistem de generatori ai unui spatiu vectorial. Proprietati.

b) Fie vectorii: $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, 1, 2)$, $v_3 = (1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$. Sa se arate ca formeaza o baza a lui $\mathbb{R}^3$ si sa se exprime coordonatele vectorului $u = (5, -1, 1)$ in aceasta baza.

c) Sa se calculeze rangul matricei
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

II) a) Definiti rangul unei matrice $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ si prezentati un algoritm pentru calculul rangului matricei $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$

b) Fie operatorul liniar $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definit in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$ prin:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (5x_1 - x_2 - x_3, -x_1 + 5x_2 - x_3, -x_1 - x_2 + 5x_3).$$
 Se cere:

- matricea A a operatorului f in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$;
- nucleul ($\text{Ker } f$) si imaginea ($\text{Im } f$) operatorului liniar f si cate o baza pentru fiecare;
- sa se enunte si sa se verifice teorema dimensiunii pentru operatorul liniar f .