

Student:

Grupa:

**Lucrare de control la “Fundamentele algebrice ale Informaticii”, An I
Nr. 1**

I) a) Definitia notiunilor de baza si dimensiune intr-un spatiu vectorial finit generat.

b) Fie sistemul de ecuații liniare:
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z - t = 0 \\ x + 9y + \alpha z + 3t = 1 \\ 5x - 6y + 10z + \beta t = \gamma \end{cases}, \text{ cu parametrii } \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

Să se scrie sistemul dat sub formă matriceală și să se determine valorile parametrilor $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să fie compatibil dublu nedeterminat.

c) Pentru valorile găsite să se rezolve sistemul.

II) a) Teorema si algoritmul lui Cramer pentru rezolvarea unui sistem linear de n ecuatii cu n necunoscute

b) Fie operatorul linear $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definit in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$ prin:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (5x_1 - 3x_2 + 2x_3, 6x_1 - 4x_2 + 4x_3, 4x_1 - 4x_2 + 5x_3).$$
 Se cere:

- matricea A a operatorului f in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$;
- nucleul ($\text{Ker } f$) si imaginea ($\text{Im } f$) operatorului linear f si cate o baza pentru fiecare;
- sa se enunte si sa se verifice teorema dimensiunii pentru operatorul linear f .

Student:

Grupa:

**Lucrare de control la “Fundamentele algebrice ale Informaticii”, An I
Nr. 2**

I) a) Independenta si dependenta liniara a unui sistem de vectori intr-un spatiu vectorial.

b) Să se arate că matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ este inversabilă și să se calculeze inversa sa.

c) Să se afle matricea $X \in M_3(\mathbb{R})$ din ecuația:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X + 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

II) a) Enuntati teoremele de compatibilitate pentru sistemele algebrice liniare de m ecuatii cu n necunoscute.

b) Fie operatorul linear $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definit in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$ prin:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 - 2x_2, -2x_1 + x_2 - 2x_3, -2x_2).$$
 Se cere:

- matricea A a operatorului f in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$;
- nucleul ($\text{Ker } f$) si imaginea ($\text{Im } f$) operatorului linear f si cate o baza pentru fiecare;
- sa se enunte si sa se verifice teorema dimensiunii pentru operatorul linear f .