

Student:

Grupa:

**Lucrare de control la “Fundamentele algebrice ale Informaticii”, An I
Nr. 7**

I) a) Enuntati teorema referitoare la dimensiunea subspatiului generat de un sistem de vectori si un algoritm de rezolvare a acestei probleme.

b) Să se determine parametrul $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii $v_1 = (1, 4, 5)$, $v_2 = (2, -1, 1)$, $v_3 = (-1, 3, \lambda)$ din $\mathbb{R}^3$ să formeze o bază pentru $\mathbb{R}^3$.

c) Pentru $\lambda = 1$ să se determine coordonatele vectorului $v = (6, -5, 6)$ în această bază.

II) a) Definiti notiunea de rang al unei matrice si enuntati teorema lui Kronecker-Capelli pentru un sistem liniar de m ecuatii cu n necunoscute.

b) Fie operatorul liniar $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definit in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$ prin:

$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 - x_2 + x_3, 5x_1 - x_2 + x_3)$. Se cere:

- matricea A a operatorului f in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$;
- nucleul ($\text{Ker } f$) si imaginea ($\text{Im } f$) operatorului liniar f si cate o baza pentru fiecare;
- sa se enunte si sa se verifice teorema dimensiunii pentru operatorul liniar f .

Student:

Grupa:

**Lucrare de control la “Fundamentele algebrice ale Informaticii”, An I
Nr. 8**

I) a) Metode de calcul pentru determinantul unei matrice patraticice de ordin mai mare sau egal cu 3.

b) Sa se arate ca vectorii: $v_1 = (1, 2, 5)$, $v_2 = (-3, 1, 2)$, $v_3 = (11, 1, 4) \in \mathbb{R}^3$ sunt liniar dependenti si sa se determine relatia de dependenta dintre ei.

c) Sa se determine valoarea parametrului $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel incat sistemul omogen:

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x - 2y + 2z = 0 \\ 2x + 3y + \lambda z = 0 \end{cases}$$

sa admita solutii nenule si pentru valoarea gasita sa se rezolve sistemul.

II) a) Algoritmul eliminarii successive (Gauss) pentru rezolvarea sistemelor algebrice liniare. Enumerati si alte utilizari ale algoritmului.

b) Fie operatorul liniar $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definit in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$ prin:

$f(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 + x_2 + x_3, x_1 + 3x_2 + x_3, x_1 + x_2 + 3x_3)$. Se cere:

- matricea A a operatorului f in baza canonica a spatiului $\mathbb{R}^3$;
- nucleul ($\text{Ker } f$) si imaginea ($\text{Im } f$) operatorului liniar f si cate o baza pentru fiecare;
- sa se enunte si sa se verifice teorema dimensiunii pentru operatorul liniar f .