

Student:
Grupa:

Lucrare de control la “Algoritmica grafurilor”, An I ZI

Nr. 7

I. a) Să se calculeze suma:

$$S_n = C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n;$$

b) Definiți conținutul noțiunilor următoare și precizați, unde este cazul, formula de calcul și restricțiile impuse numerelor naturale care intervin în formule:

- permutări cu repetiție de un tip dat;
- aranjamente de n elemente luate câte k ;
- combinații cu repetiție de n elemente luate câte k ;

c) Fie $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ și $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_{10}\}$. Care este numărul funcțiilor injective $f: A \rightarrow B$ și care este numărul funcțiilor bijective $f: A \cup B \rightarrow A \cup B$?

d) Cate elemente are o multime pentru care numărul tuturor submulțimilor sale formate dintr-un număr par de elemente este egal cu 1024? Care este numărul funcțiilor descrescătoare $f: A \rightarrow B$? (“descrescătoare” se referă la relația de ordine dintre indicii asociați elementelor din codomeniul funcției f)

e) Să se scrie formula de calcul pentru dezvoltarea: $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^m, n, m \geq 2$ utilizând noțiuni specifice de combinatorică. Să se aplice formula pentru cazul particular $(x + y + z + t)^3$.

II. Se dă graful $G = (X, A)$ prin mulțimea vârfurilor sale, $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ și prin matricea booleană

asociată: $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Să se construiască reprezentarea sagitală a grafului G și să se calculeze gradul de emisie și de recepție al fiecărui vârf;

b) Să se prezinte algoritmul lui Chen pentru determinarea matricei drumurilor T asociate unui graf G și să se utilizeze acest algoritm în cazul grafului dat. Precizați cu ajutorul matricei T determinate la punctul b) dacă graful G are circuite.

c) Să se calculeze puterea de atingere a fiecărui vârf al grafului G . Să se stabilească dacă în G există un drum hamiltonian și în caz afirmativ să se deducă succesiunea vârfurilor sale.

Student:
Grupa:

Lucrare de control la “Algoritmica grafurilor”, An I ZI

Nr. 8

III.a) Să se calculeze suma:

$$S_n = 2C_n^1 - 4C_n^2 + 6C_n^3 - 8C_n^4 \dots + (-1)^{n-1} 2nC_n^n;$$

b) Definiți conținutul noțiunilor următoare și precizați, unde este cazul, formula de calcul și restricțiile impuse numerelor naturale care intervin în formule:

- permutări cu repetiție de un tip dat;
- aranjamente de n elemente luate câte k ;
- combinații de n elemente luate câte k ;

c) Fie $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ și $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_{12}\}$. Care este numărul funcțiilor injective $f: A \rightarrow B$ și care este numărul funcțiilor bijective $f: A \cup B \rightarrow A \cup B$?

d) Cate elemente are o multime pentru care numărul tuturor submulțimilor sale formate dintr-un număr impar de elemente este egal cu 512? Care este numărul funcțiilor crescătoare $f: A \rightarrow B$? (“crescătoare” se referă la relația de ordine dintre indicii asociați elementelor din codomeniul funcției f)

e) Să se scrie formula de calcul pentru dezvoltarea: $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^m$, $n, m \geq 2$ utilizând noțiuni specifice de combinatorică. Să se aplice formula pentru cazul particular $(a + b + c)^4$.

IV. Se dă graful $G = (X, A)$ prin mulțimea vârfurilor sale, $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ și prin matricea booleană

asociată : $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Să se construiască reprezentarea sagitală a grafului G și să se calculeze gradul de emisie și de recepție al fiecărui vârf;

b) Să se prezinte algoritmul lui Chen pentru determinarea matricei drumurilor T asociate unui graf G și să se utilizeze acest algoritm în cazul grafului dat. Precizați cu ajutorul matricei T determinate la punctul b) dacă graful G are circuite.

c) Să se calculeze puterea de atingere a fiecărui vârf al grafului G . Să se stabilească dacă în G există un drum hamiltonian și în caz afirmativ să se deducă succesiunea vârfurilor sale.